TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM
Tổ Toán – Tin học

ĐỀ ÔN TẬP TỔNG HỢP TUẦN 3 THÁNG 2 NĂM 2020
Năm học: 2019 – 2020
MÔN TOÁN LỚP 10T1, 10T2
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày 17/02/2020

Bài 1. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x^3 + x(y-z)^2 = 2 \\ y^3 + y(z-x)^2 = 30. \\ z^3 + z(x-y)^2 = 16 \end{cases}$$

Bài 2. Ký hiệu $\square^{+}$ là tập hợp các số nguyên dương. Cho các số $a_1, a_2, \ldots, a_{2020} \in \square^{+}, a_{2020} = 1$ và đa thức

$$P(x) = x^2 - \left(\sum_{k=1}^{2019} a_k^2 + 1\right)\cdot x + \sum_{k=1}^{2019} a_k a_{k+1}.$$

Biết rằng phương trình $P(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nguyên, tìm tất cả các nghiệm của đa thức.

Bài 3. Với x, y và z là ba số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2,$ chứng minh rằng

$$x + y + z \le xyz + 2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Bài 4. Trên các cạnh CA, CB của tam giác ABC, tương ứng lấy các điểm K, L sao cho $AK = BL.$ Các đường thẳng AL, BK cắt nhau tại $P.$ Gọi I, J theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác APK, BPL. Phân giác trong của $\angle BCA$ cắt IJ tại $Q.$ Chứng minh rằng $IP = JQ$.

Bài 5. Cho trước số thực dương $a \neq 1.$ Với mỗi số nguyên dương $n,$ đặt

$$x_n = \frac{2}{n(n+1)} \cdot \sum_{k=1}^{n} \left(k \cdot \sqrt[2^k]{a}\right).$$

Chứng minh rằng dãy số (x_n) hội tụ và tìm giới hạn của nó.

------------------------ Hết ----------------------