

Bài1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$.

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho khi $m = 0$.
- 2) Tìm m để tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại các điểm A và B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{3}{2}$.

Bài2.

- 1) Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{1 + \log_3^2 x} - 2m - 1 = 0$ có nghiệm trong đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.
- 2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - 2y + 1 = 0 \\ (3-x)\sqrt{2-x} - 2y\sqrt{2y-1} = 0 \end{cases}$$

Bài3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $\angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn OB và SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh CD .

- 1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SB .
- 2) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- 3) Tia AH cắt BC tại N . Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng ON và SB .

Bài4. Cho a, b, c là ba số thực dương. Đặt $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = m$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{5a^2 - 3ab + 5b^2}{41a^2 + 30ab + 41b^2} + \frac{5b^2 - 3bc + 5c^2}{41b^2 + 30bc + 41c^2} + \frac{5c^2 - 3ca + 5a^2}{41c^2 + 30ca + 41a^2} \geq \frac{3}{10+m}$$
.

Bài5. Cho tam giác ABC nhọn, không cân, đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC . Cho X, Y là hai điểm bất kỳ thuộc cạnh BC , sao cho $\angle CAX = \angle BAY$. Gọi K, S lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên AX, AY ; T, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên AX, AY . Đường tròn ngoại tiếp tam giác MNH cắt đường tròn ngoại tiếp các tam giác SLH và TKH lần lượt tại các điểm P và Q (khác H). Đường thẳng MN cắt các đường thẳng HP, HQ lần lượt tại D, E . Chứng minh rằng $HD = HE$.

Bài6. Cho đa thức $P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n \in \mathbb{R}[x]$ có n nghiệm thực thuộc khoảng $(0;1)$. Chứng minh rằng với mọi $k = 1, 2, \dots, n$ đều có $(-1)^k \cdot (a_k + a_{k+1} + \dots + a_n) > 0$.

----- Hết -----