

Chuyên đề:

Tập hợp hình chiếu của một
điểm cố định trên đường
thẳng di động

GV: Cai Việt Long

Email: caivietlong@gmail.com

Lesson:
Projection set of a fixed point
on a moving line

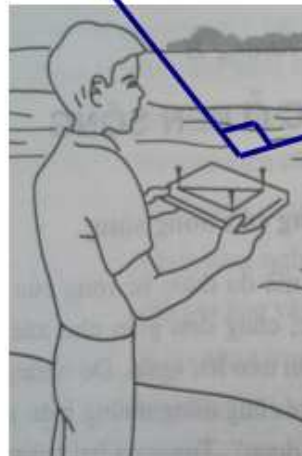
Teacher: Cai Việt Long

Email: caivietlong@gmail.com

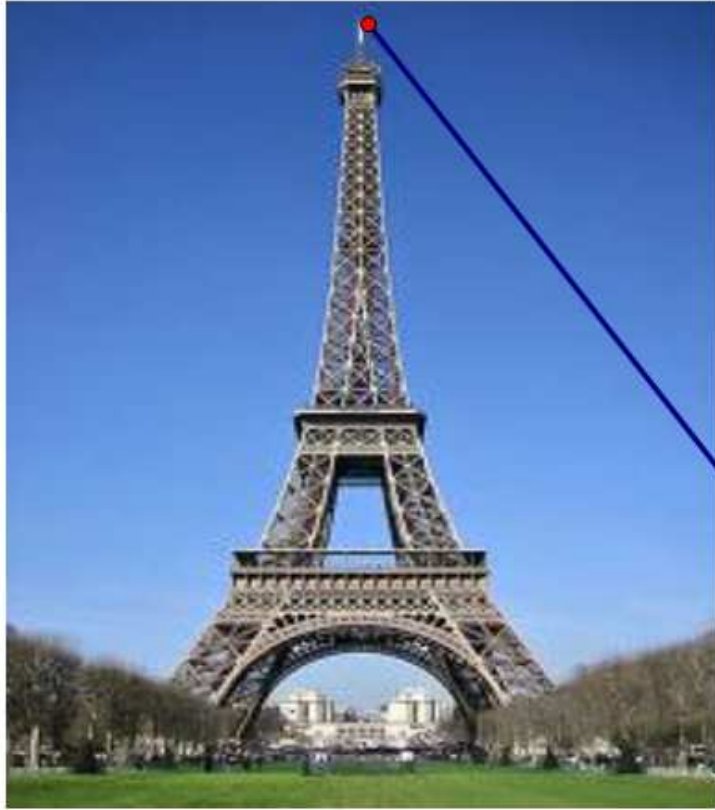
Đặt vấn đề:



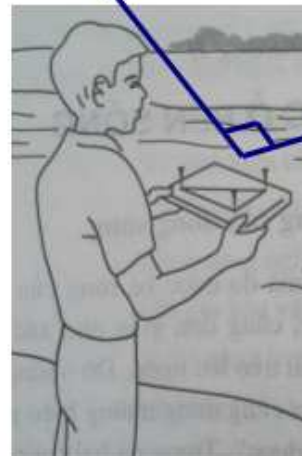
- Có một ngọn tháp chiều cao là h và một ngôi nhà nhỏ ở trên mặt đất, một người luôn đi theo hướng sao cho góc nhìn của anh ta từ đỉnh ngọn tháp đến cửa của ngôi nhà dưới một góc vuông.
- Hỏi rằng anh ta đi theo hình gì?



Real problem:

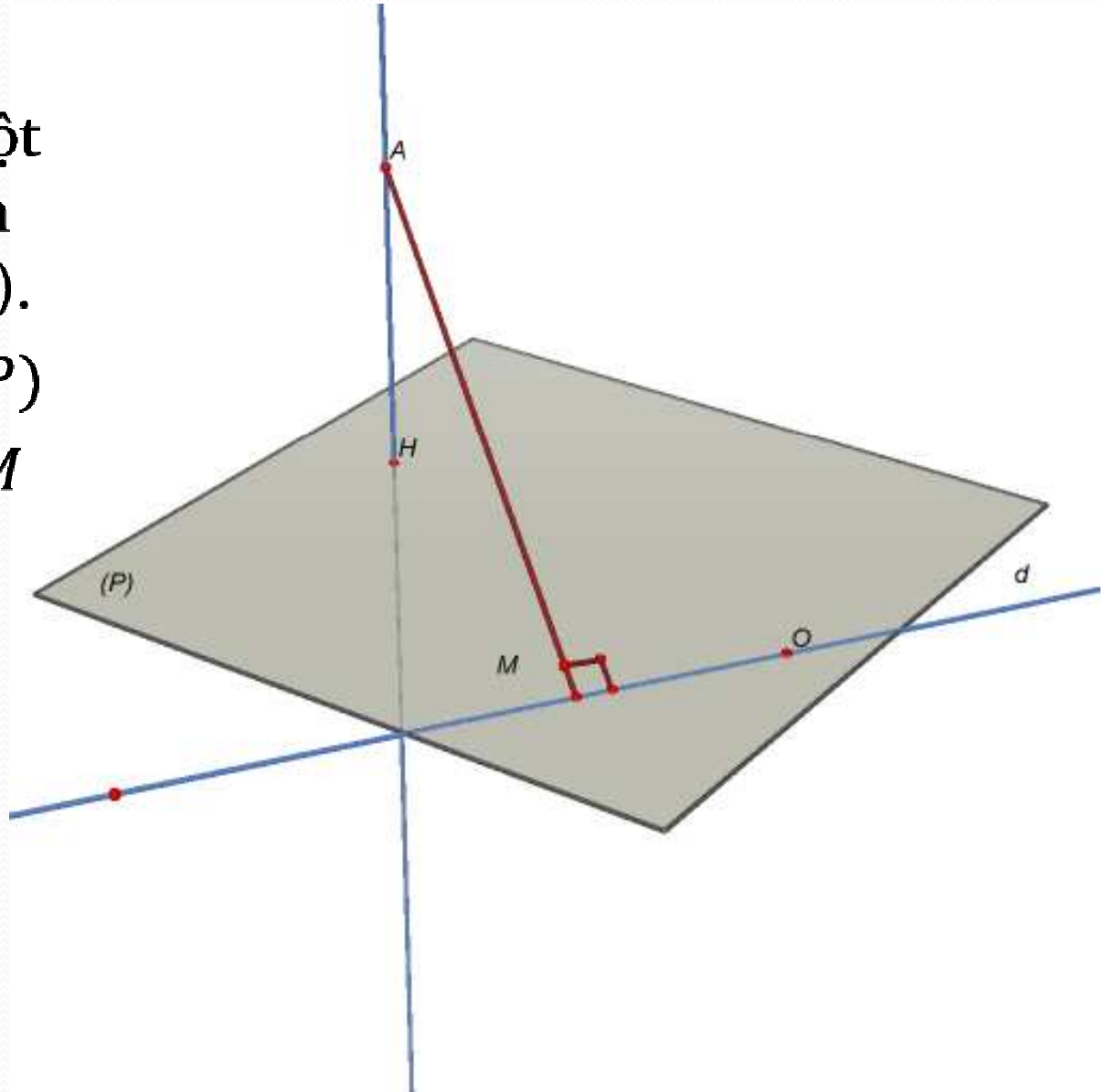


- A tower has a height of h and a small house on the land. A boy goes in the direction such that the angle of him, the house and the tower is a right angle. What is the figure of his way?



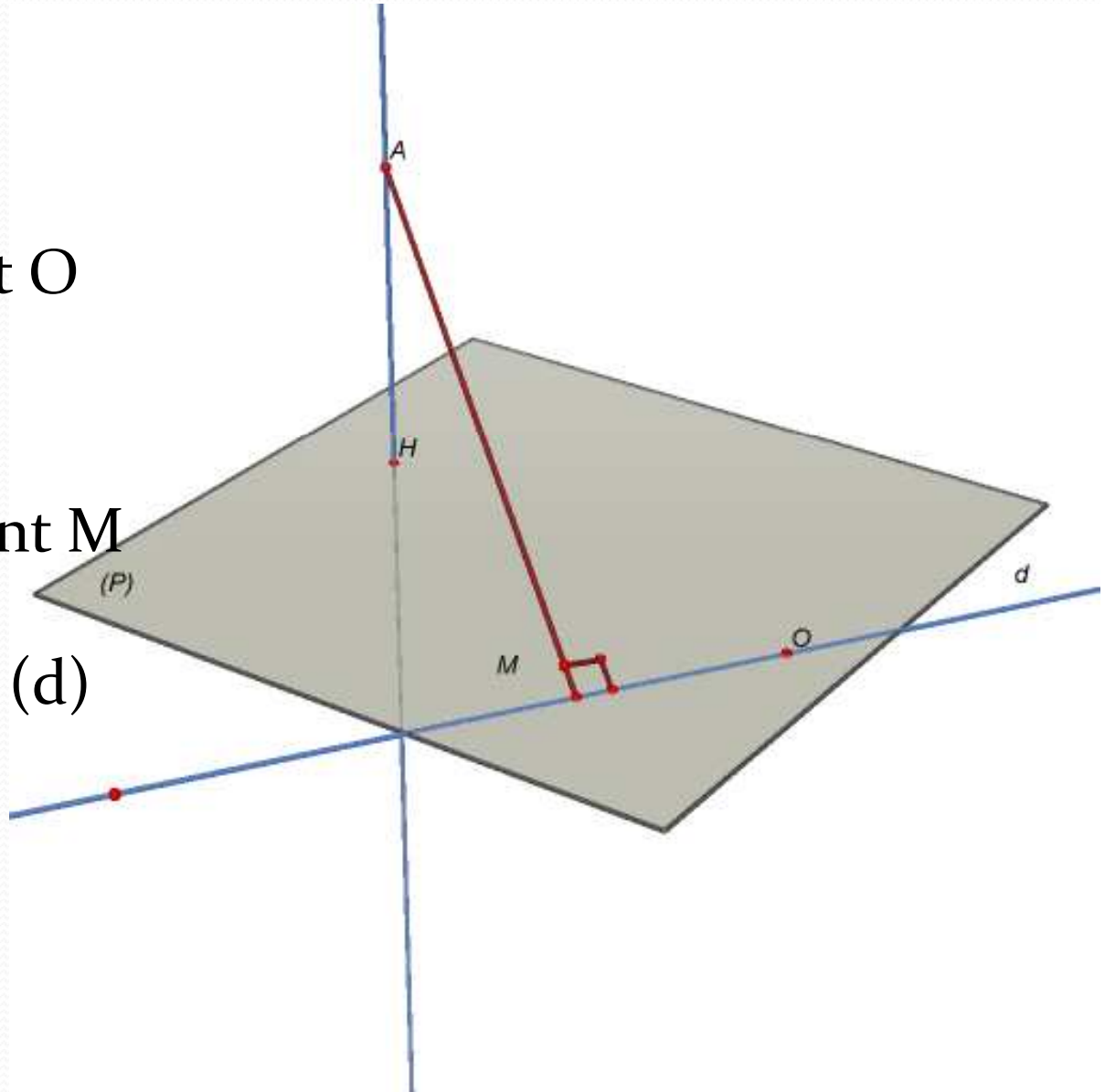
Bài toán

- Cho đường thẳng d luôn quay quanh một điểm O cố định nằm trong mặt phẳng (P) .
- Điểm $A \neq O, A \notin (P)$
- Tìm tập hợp điểm M là hình chiếu của A lên đường thẳng d



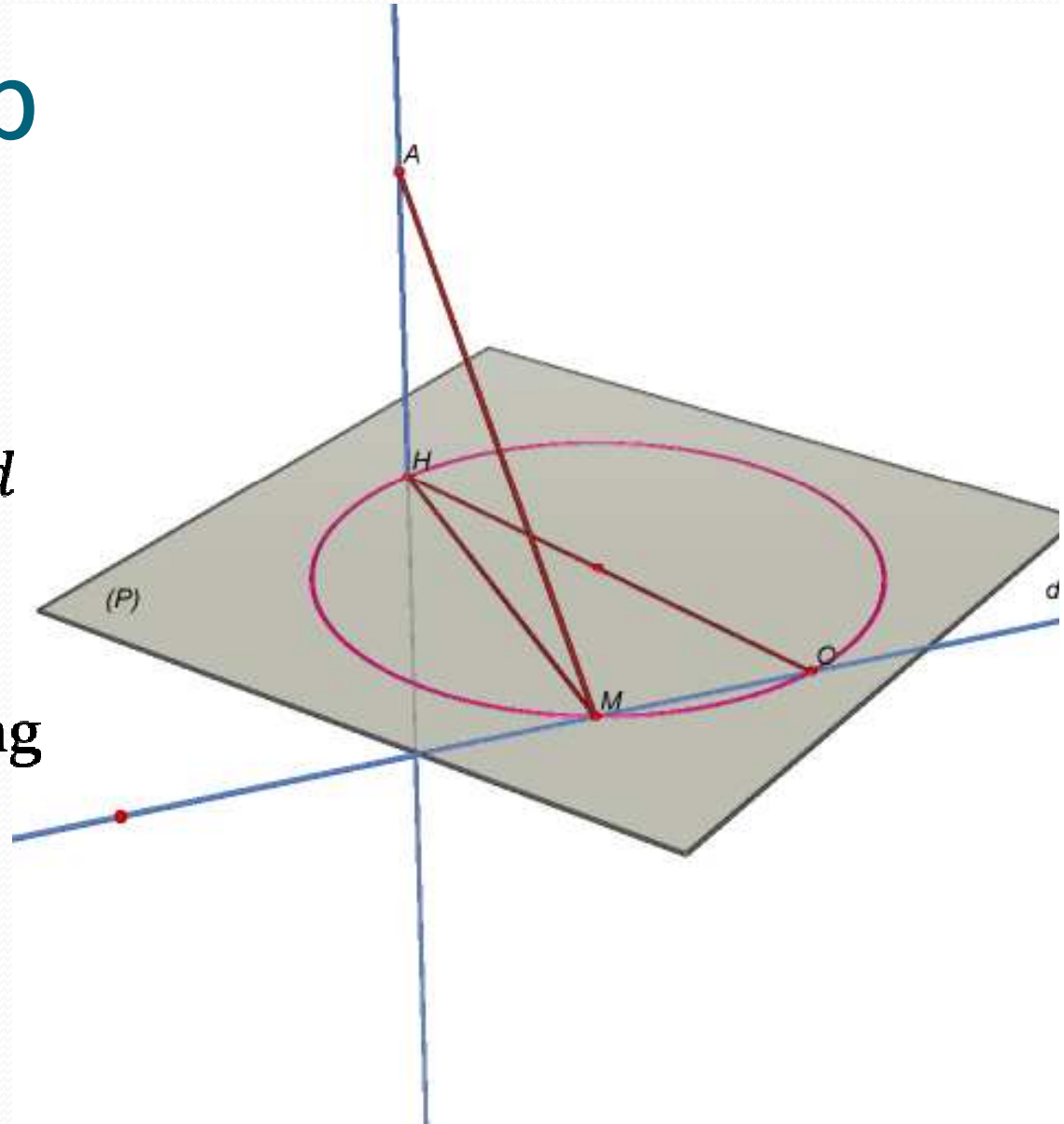
Mathematical problem

- A line (d) rotates about a fixed point O in a plane (P)
- A is not in (P)
- Find the set of point M which is the projection of A on (d)



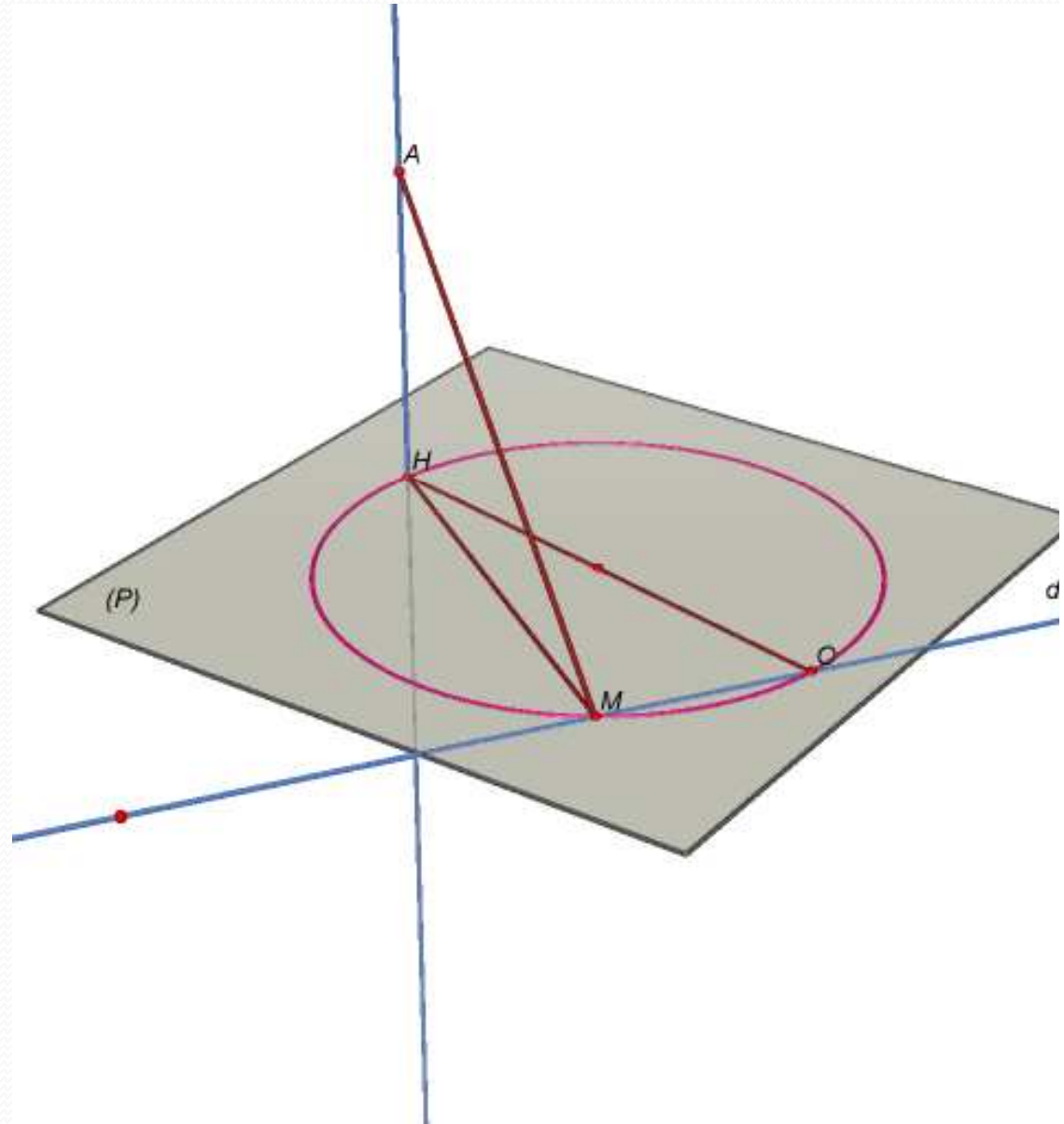
Phương pháp

- Dựng
 $AH \perp (P)$ ($H \in mp(P)$),
theo định lý ba đường
vuông góc ta có: $HM \perp d$
- Trong mặt phẳng
(P), $\widehat{HMO} = 90^\circ$ nên M
thuộc đường tròn đường
kính OH chứa (P)

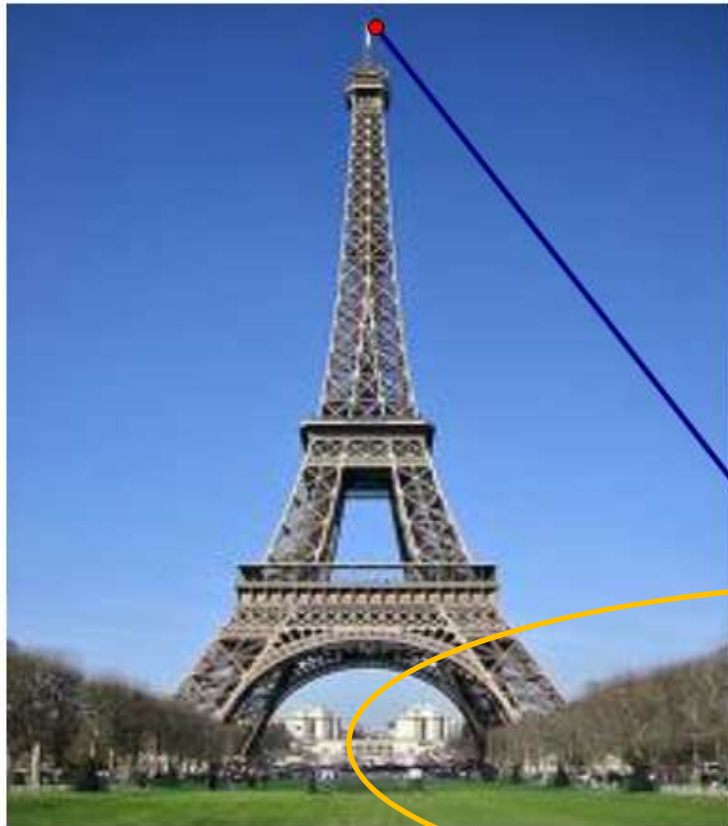


Method

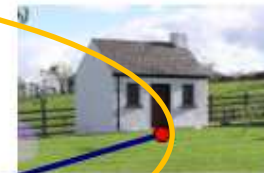
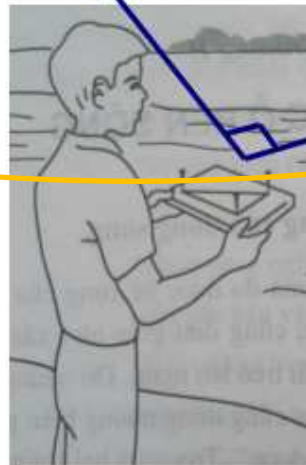
- Draw AH perpendicular with (P)
- M belongs to the circle with diameter OH on (P)



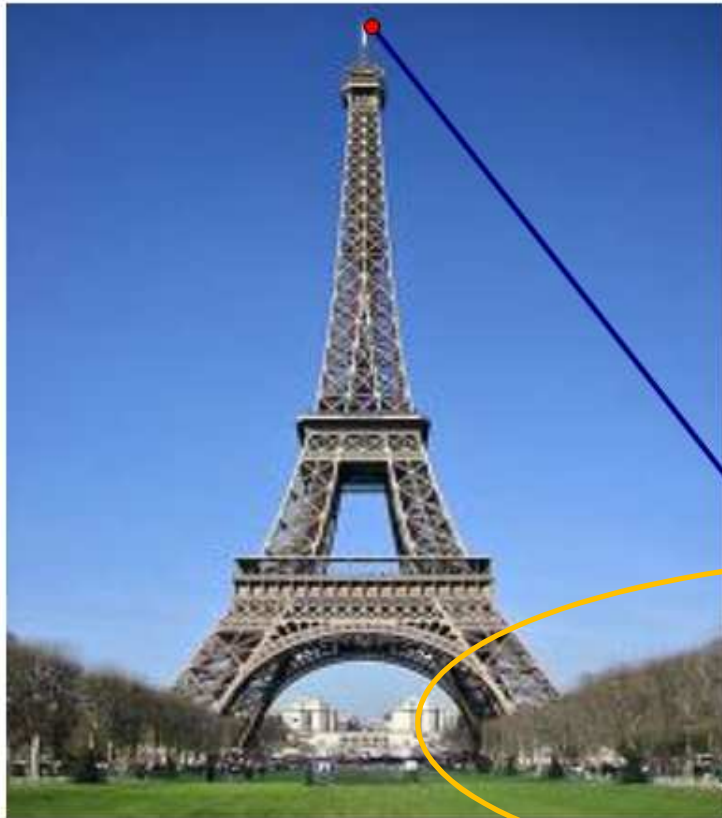
Giải quyết vấn đề



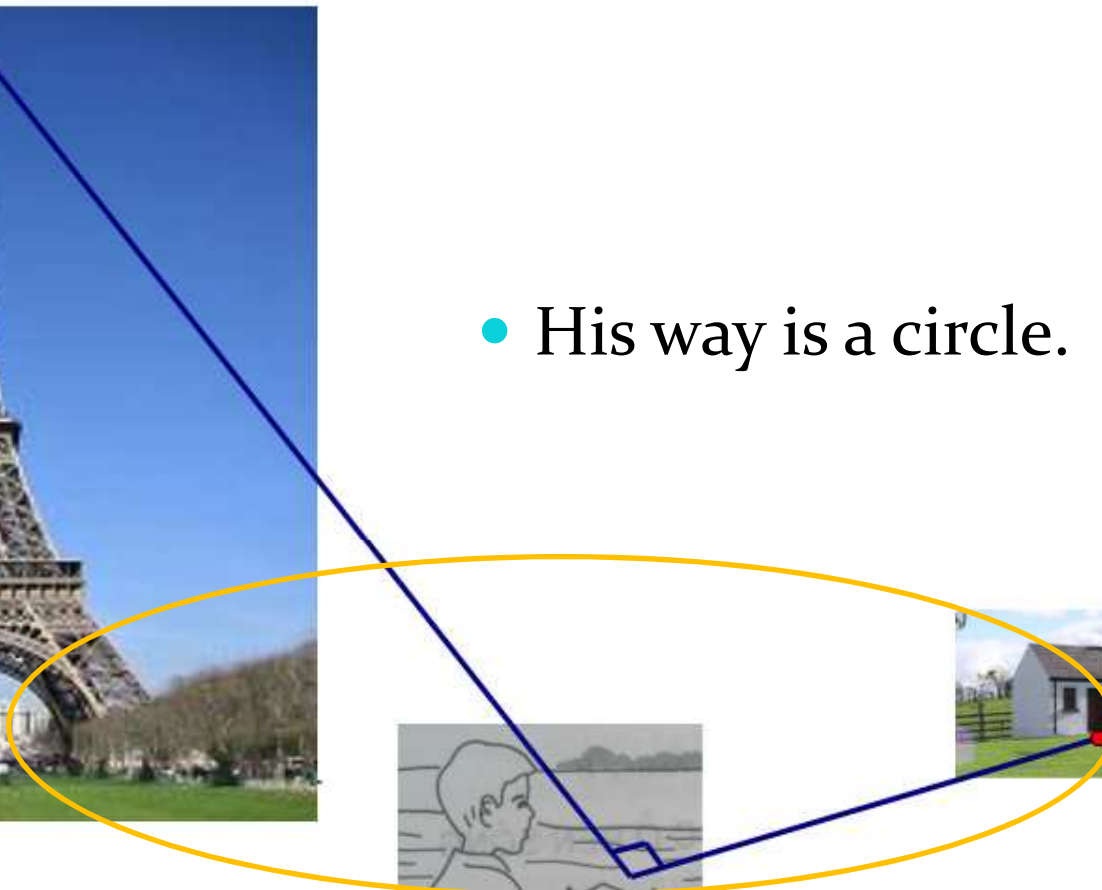
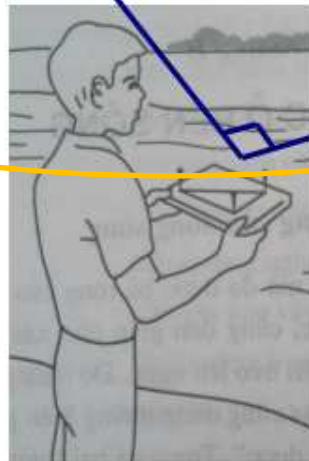
- Đi theo hình vòng tròn



Solution to the real problem:



- His way is a circle.



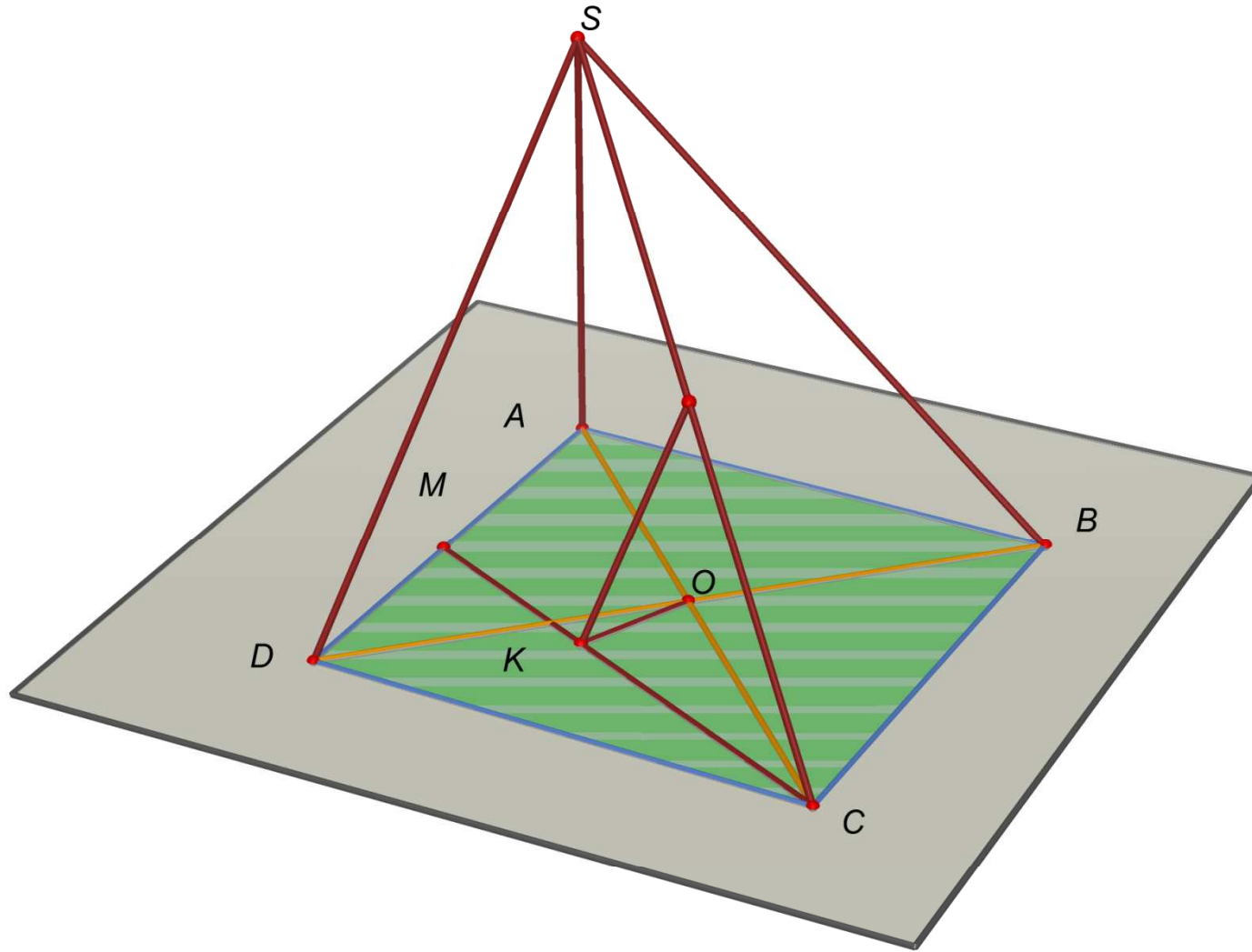
Ví dụ mẫu:

- Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông tâm O ; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC ; M là một điểm di động trên cạnh AD .
- a) Tập hợp các điểm K là hình chiếu vuông góc của I trên CM chạy trên một đường nào?
- b) Tập hợp chân đường cao E vẽ từ đỉnh B trong tam giác SBM chạy trên một đường nào?

Example

- $S.ABCD$ is a square pyramid with vertex at O . SA is perpendicular with $(ABCD)$. I is a midpoint of SC ; M moves on AD .
- a) Find the set of K which is a perpendicular projection of I on CM .
- b) Find the set of E in which BE is perpendicular with SM in the triangle SBM .

a)



- a) $IO // SA$ mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow IO \perp (ABCD) \Rightarrow IO \perp MC$

- $\left. \begin{array}{l} MC \perp IO \\ MC \perp IK \\ MC \perp OK \end{array} \right\} \Rightarrow MC \perp (IOK) \Rightarrow$

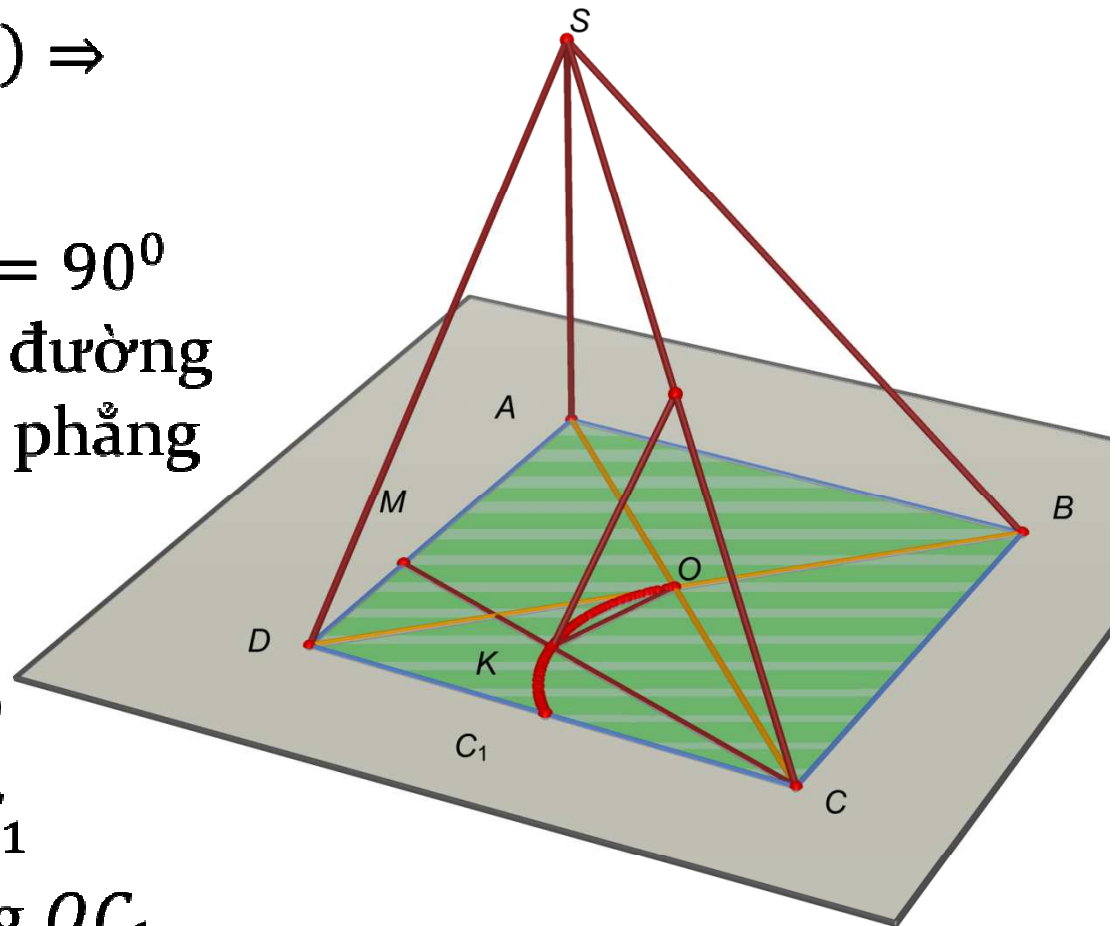
- Trong mp(ABCD), $\widehat{OKC} = 90^\circ$ nên K thuộc đường tròn đường kính OC chứa trong mặt phẳng (ABCD)

- Giới hạn:

Khi $M \equiv A \Rightarrow K \equiv O$

Khi $M \equiv D \Rightarrow K \equiv C_1$

Vậy tập hợp điểm K là cung OC_1 của đường tròn đường kính OC nằm trong mp(ABCD)



- a) $IO // SA, SA \perp (ABCD) \Rightarrow IO \perp (ABCD) \Rightarrow IO \perp MC$

- $\left. \begin{array}{l} MC \perp IO \\ MC \perp IK \\ MC \perp OK \end{array} \right\} \Rightarrow MC \perp (IOK) \Rightarrow$

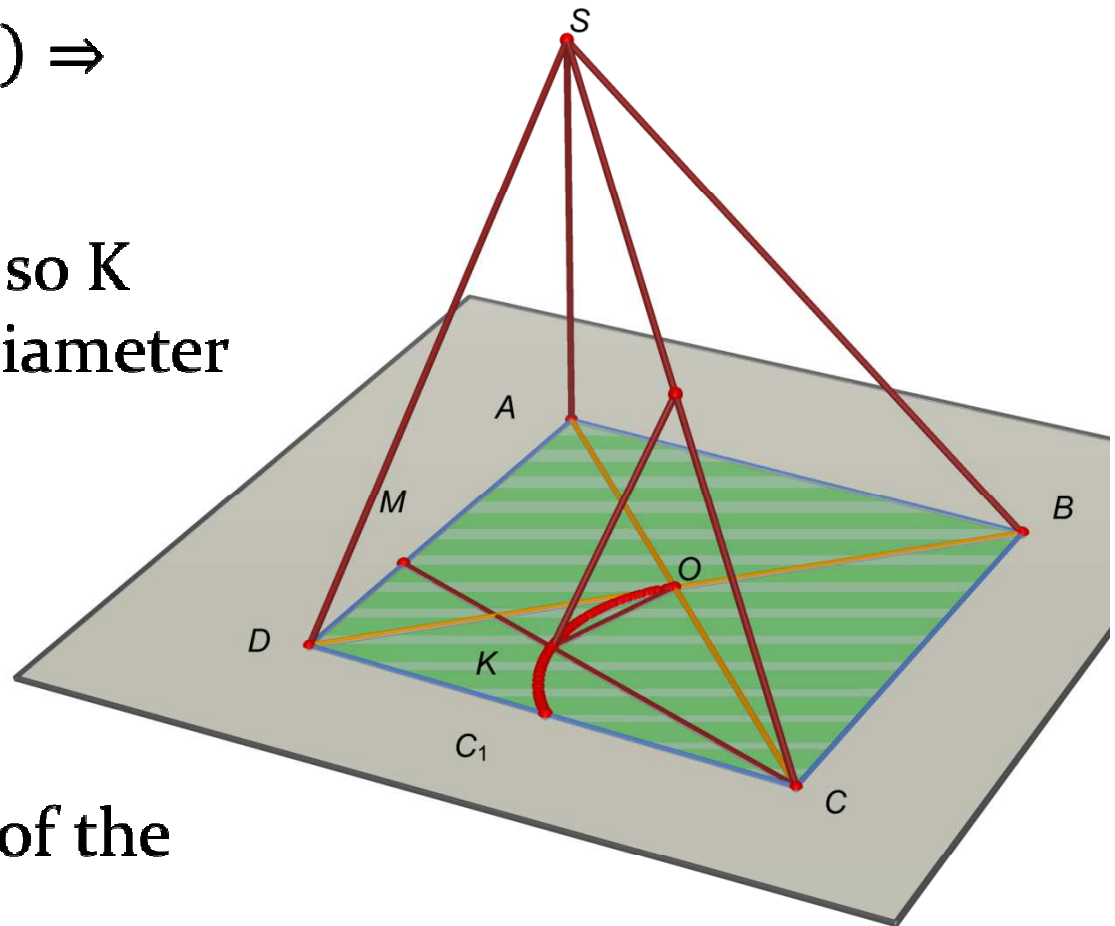
- On $(ABCD)$, $\widehat{OKC} = 90^\circ$ so K belongs to a circle with diameter OC on $(ABCD)$.

- Bound:

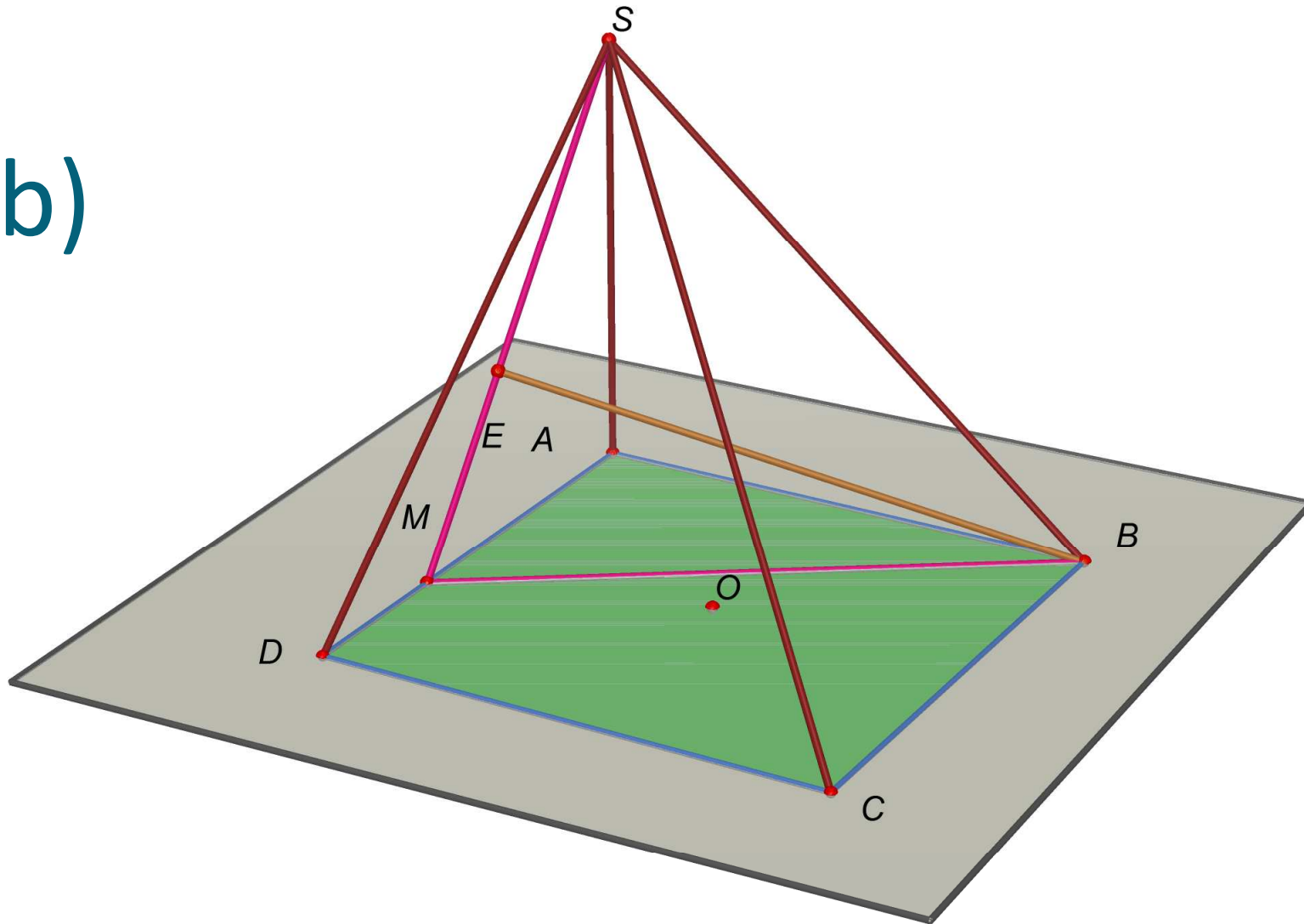
$$M \equiv A \Rightarrow K \equiv O$$

$$M \equiv D \Rightarrow K \equiv C_1$$

The set of K is the arc OC_1 of the circle with diameter OC on $(ABCD)$



b)



• b) Vì $BA \perp (SAD) \Rightarrow BA \perp SM$

• $\left. \begin{array}{l} SM \perp BA \\ SM \perp BE \end{array} \right\} \Rightarrow SM \perp AE$

• Trong mp(SAD) có $\widehat{SEM} = 90^\circ$ nên E thuộc đường tròn đường kính SA

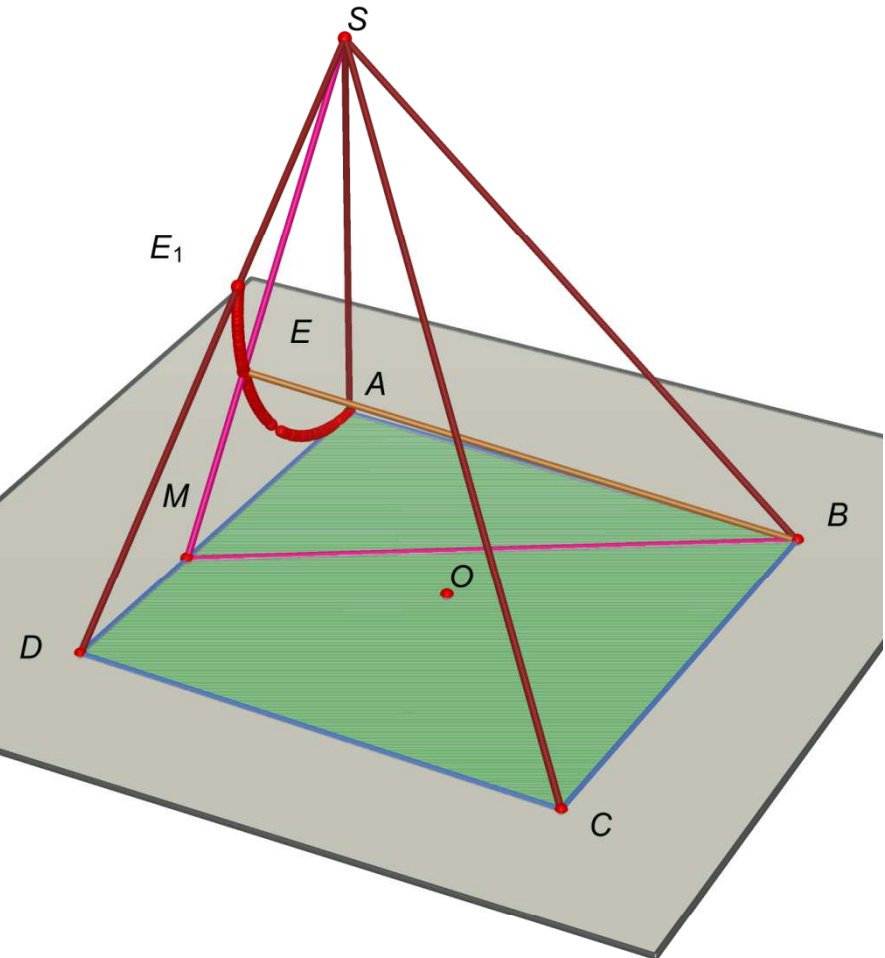
• Giới hạn:

Khi $M \equiv A \Rightarrow E \equiv A$

Khi $M \equiv D \Rightarrow E \equiv E_1$

($AE_1 \perp SD$)

Vậy tập hợp điểm E là cung $\overset{\frown}{AE_1}$ của đường tròn đường kính SA và nằm trong mp(SAD)



- b) $BA \perp (SAD) \Rightarrow BA \perp SM$

- $\left. \begin{array}{l} SM \perp BA \\ SM \perp BE \end{array} \right\} \Rightarrow SM \perp AE$

- On (SAD) , we have $\widehat{SEA} = 90^\circ$. Hence E belongs to the circle with diameter SA

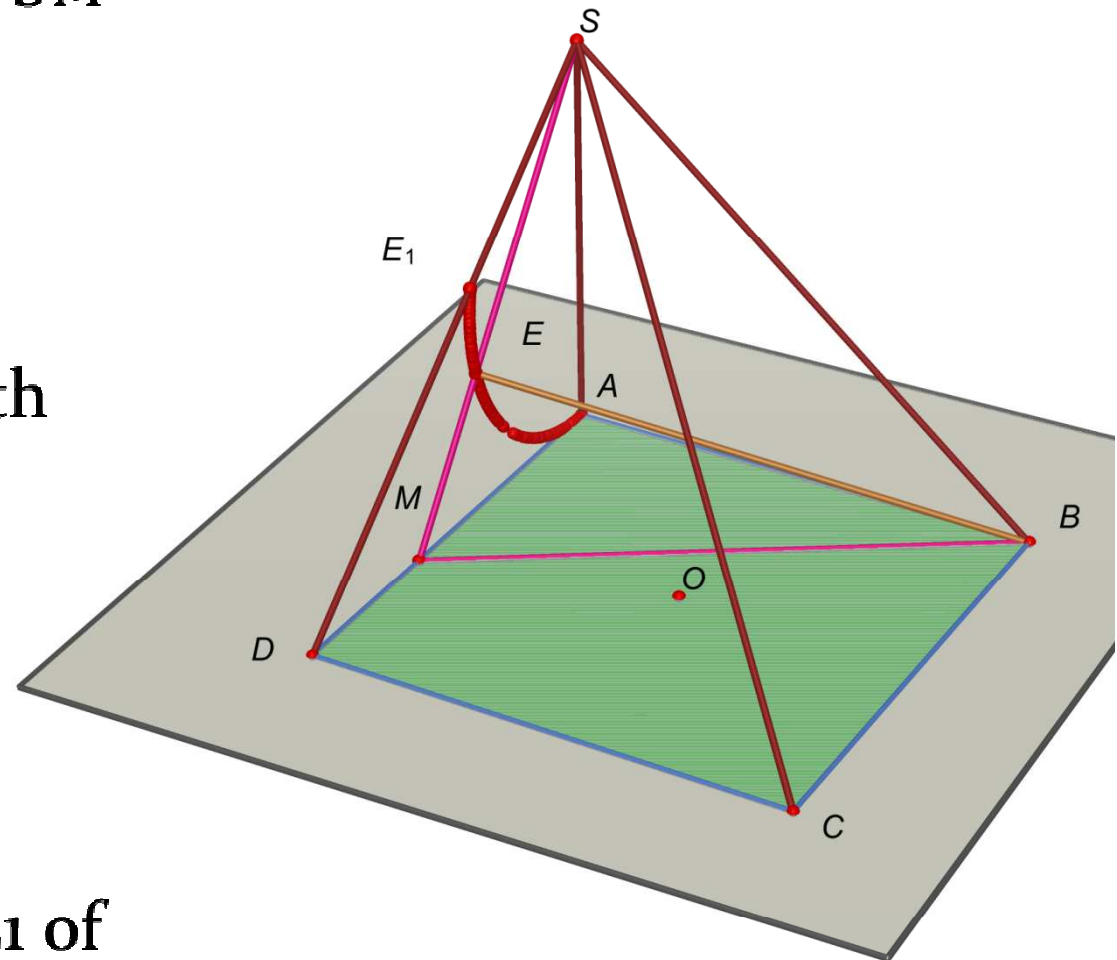
- Bound :

$$M \equiv A \Rightarrow E \equiv A$$

$$M \equiv D \Rightarrow E \equiv E_1$$

$(AE_1 \perp SD)$

The set of E is the arc $A'E_1$ of the circle with diameter SA on (SAD)



Game: Crossword

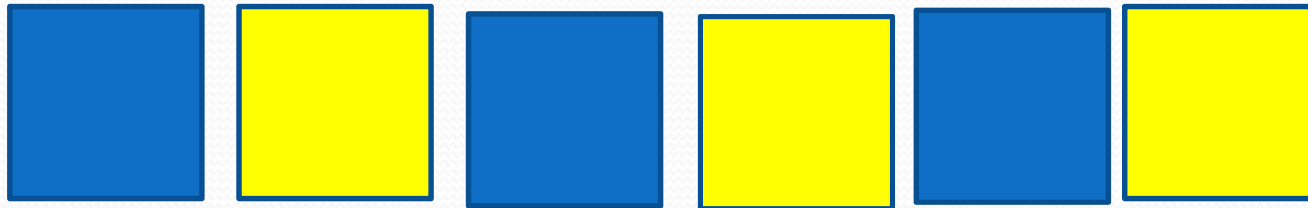
- Trò chơi như sau:
- Chia lớp thành 4 nhóm
- Và một ô chữ gồm 6 chữ cái. Những chữ cái trên sẽ liên quan đến tập hợp điểm của các bài toán phía dưới.
- Nhiệm vụ của các thành viên trong nhóm là giải các bài toán và tìm ra ô chữ



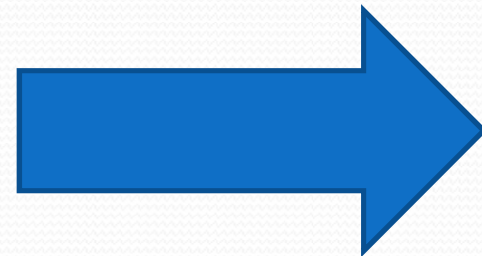
Game: Crossword

- There are 4 groups of students.
- There is a crossword with 6 letters. The letter is relevant to the following problems.
- Solve all the problems and find the word.

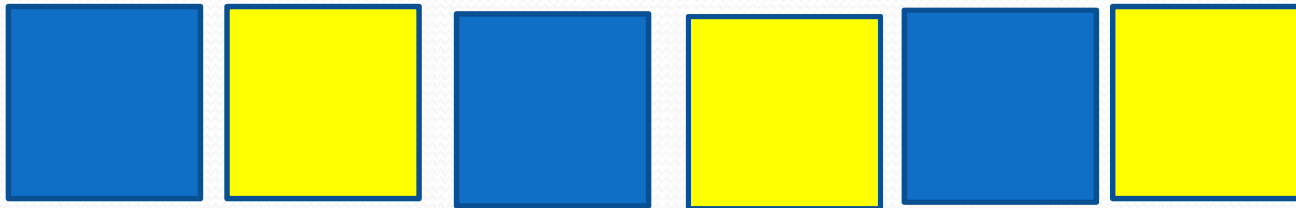
Find the key



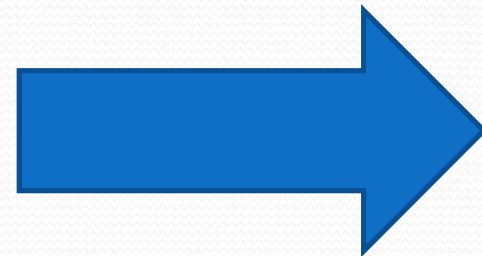
- Em hãy tìm ra ô chữ trên?
- Nêu một số hiểu biết của em về nội dung có trong ô chữ này?

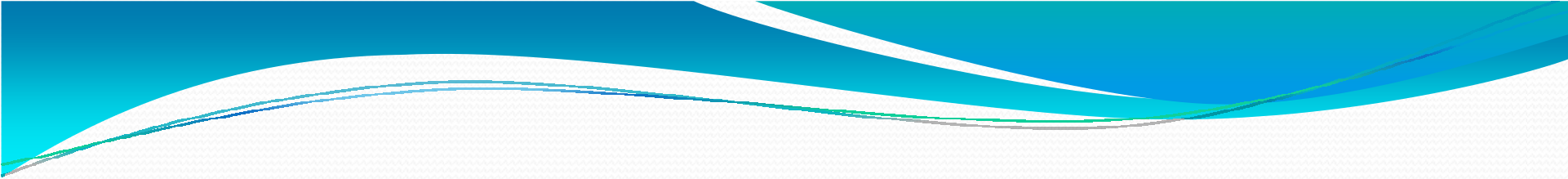


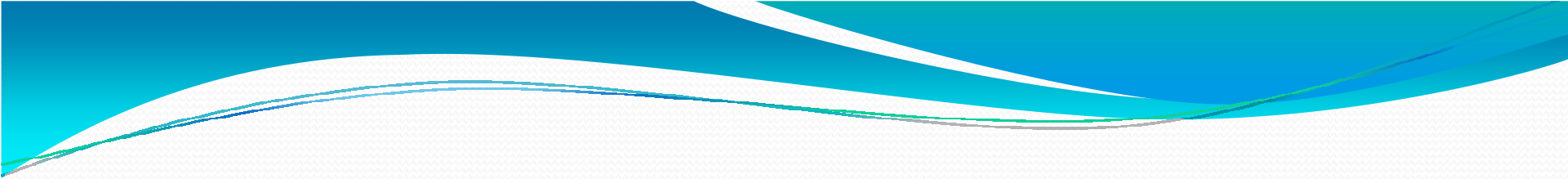
Find the key



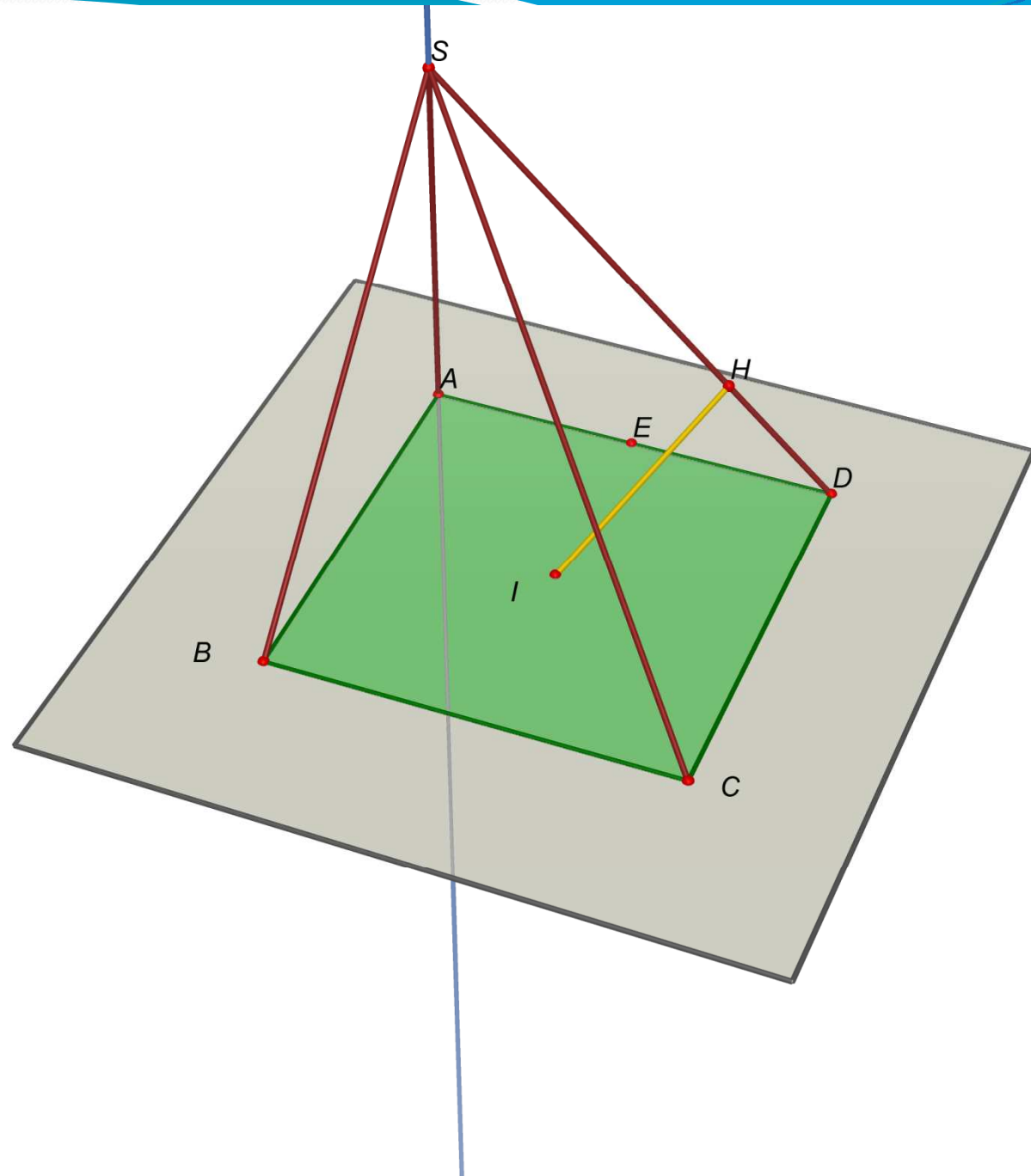
- Find the word
- Give some information about the word you find.



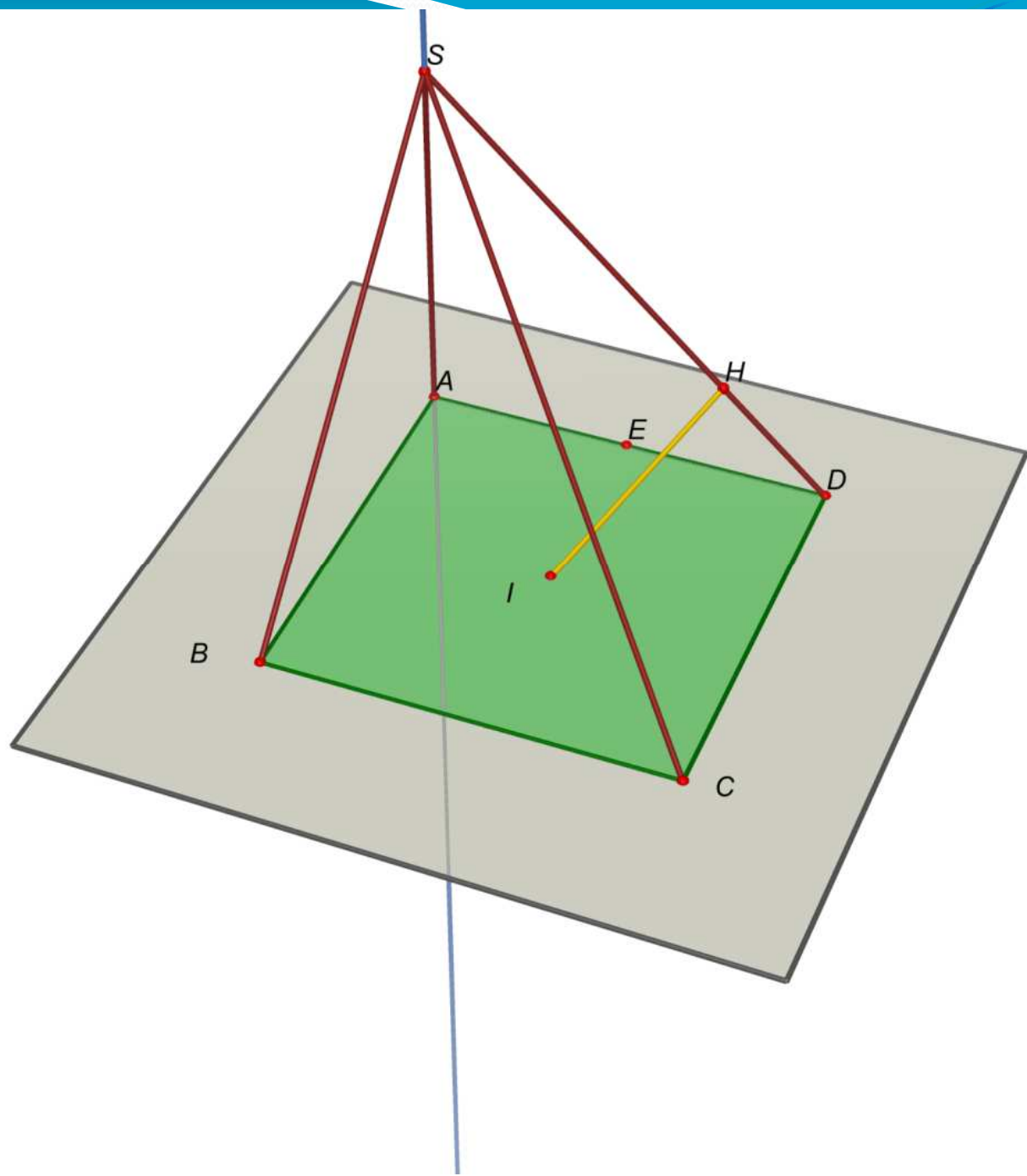
- 
- **Bài 1:** Cho hình vuông $ABCD$ tâm I ; một điểm S di động trên tia Ax vuông góc với $mp(ABCD)$; E là trung điểm của AD ;
 - a) Tìm tập hợp hình chiếu vuông góc của I là điểm H lên đường thẳng SD ?
 - b) Tìm tập hợp chân đường cao vẽ từ đỉnh B (là BJ) trong tam giác SBC
 - **Bài 2:** Cho tam giác LMN đều; S là một điểm di động trên tia La vuông góc với $mp(LMN)$. Gọi U là trung điểm MN . Tìm tập hợp hình chiếu vuông góc của L (là LK) lên mặt phẳng (SMN) ?

- 
- **Problem 1:** ABCD is a square with center I; S move on Ax which is perpendicular with (ABCD); E is a midpoint of AD;
 - a) Find the set of H which is the perpendicular projection of I on SD.
 - b) Find the set of J which is the perpendicular projection of B on SC.
 - **Problem 2:** LMN is a equilateral triangle; S moves on La which is perpendicular with (LMN). U is a midpoint of MN. Find the set of K which is the perpendicular projection of L on (SMN).

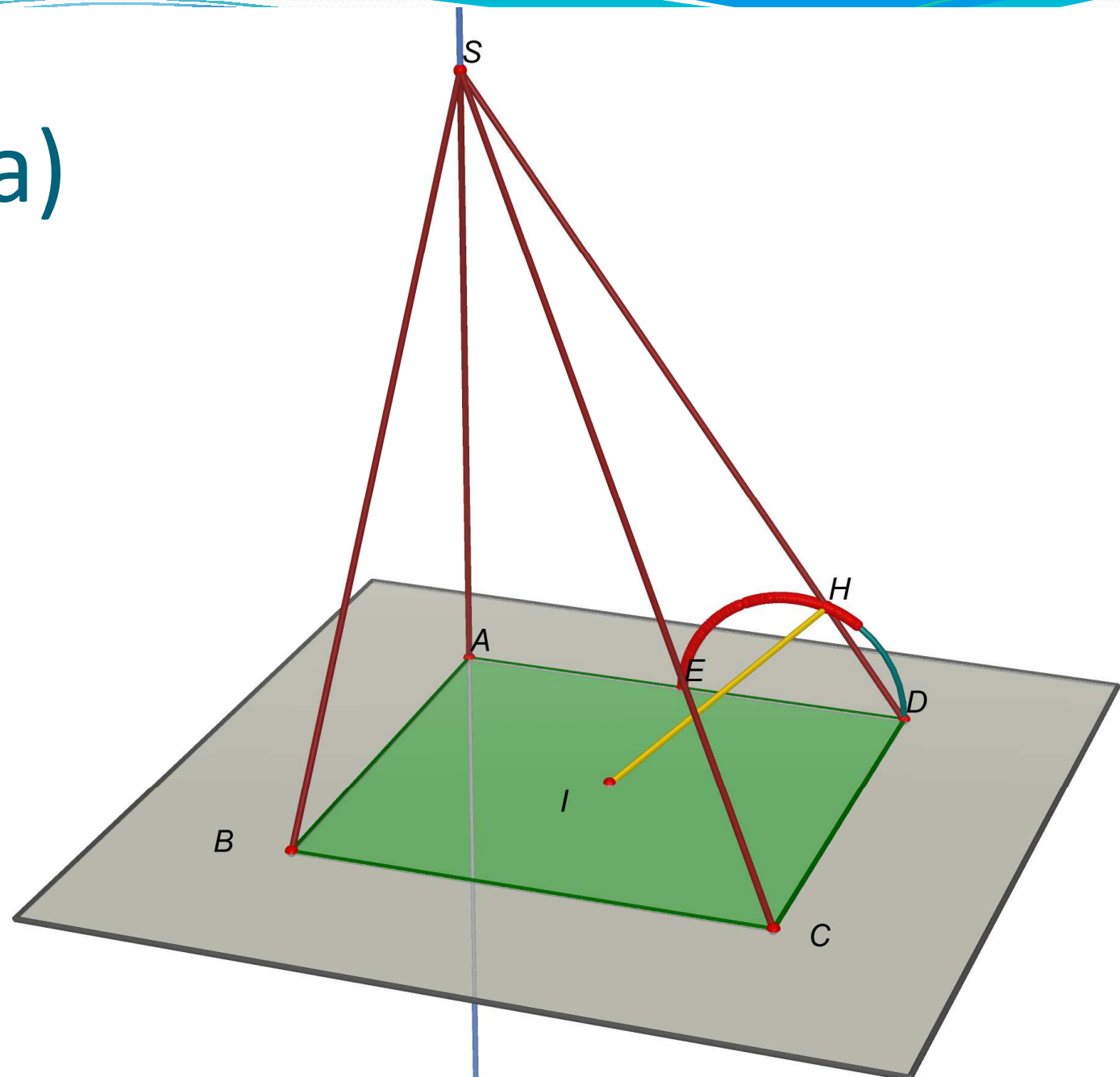
Bài 1: a)



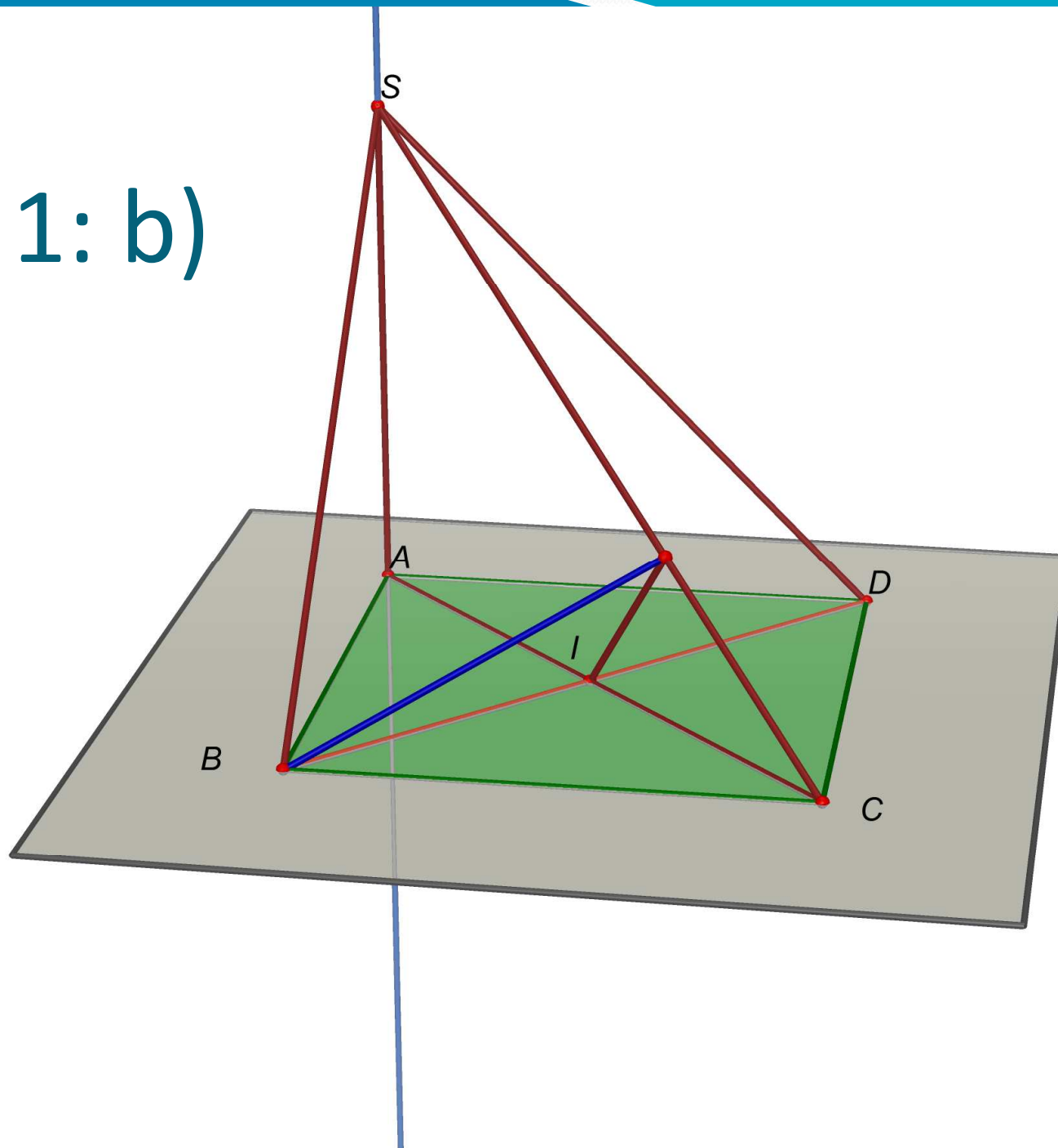
Problem 1



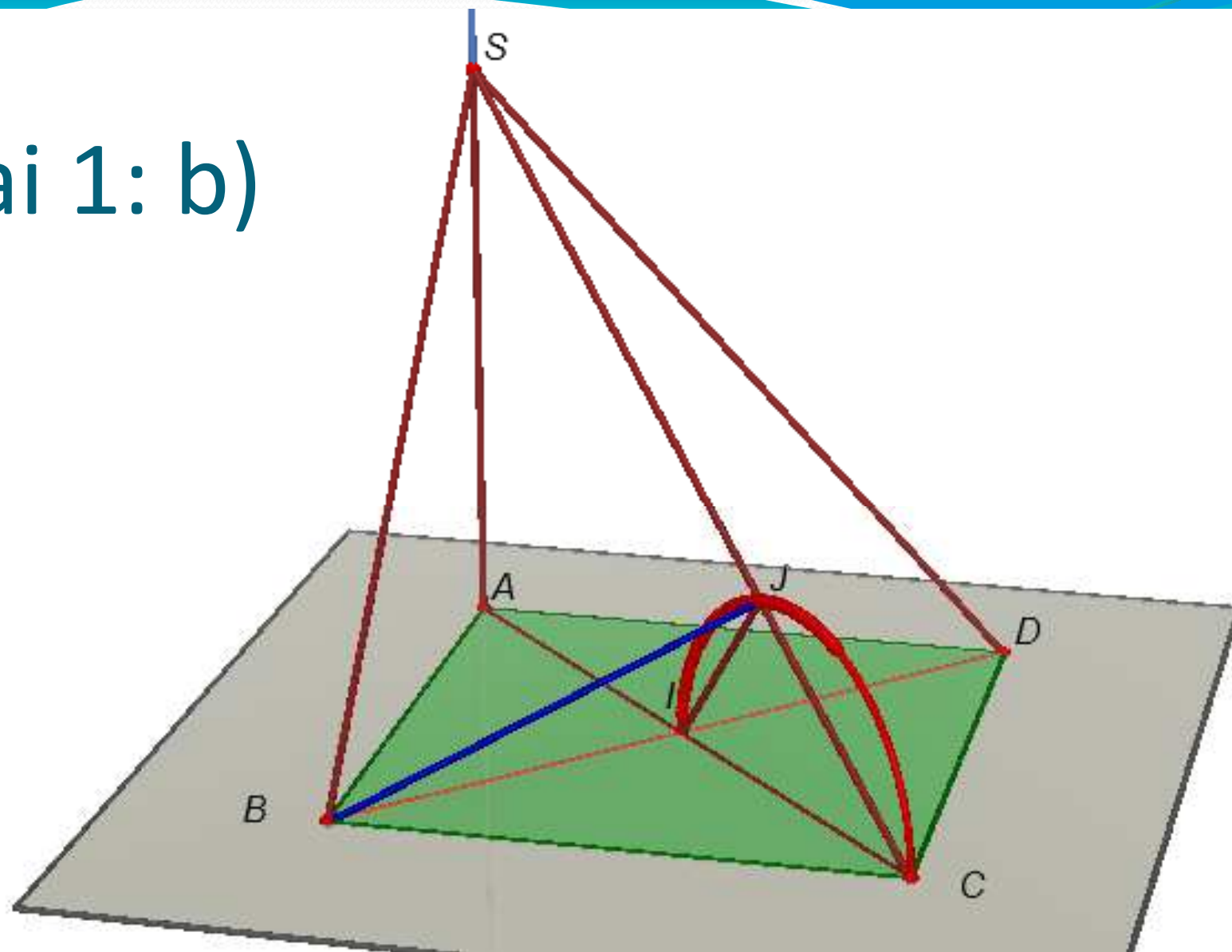
Bài 1: a)



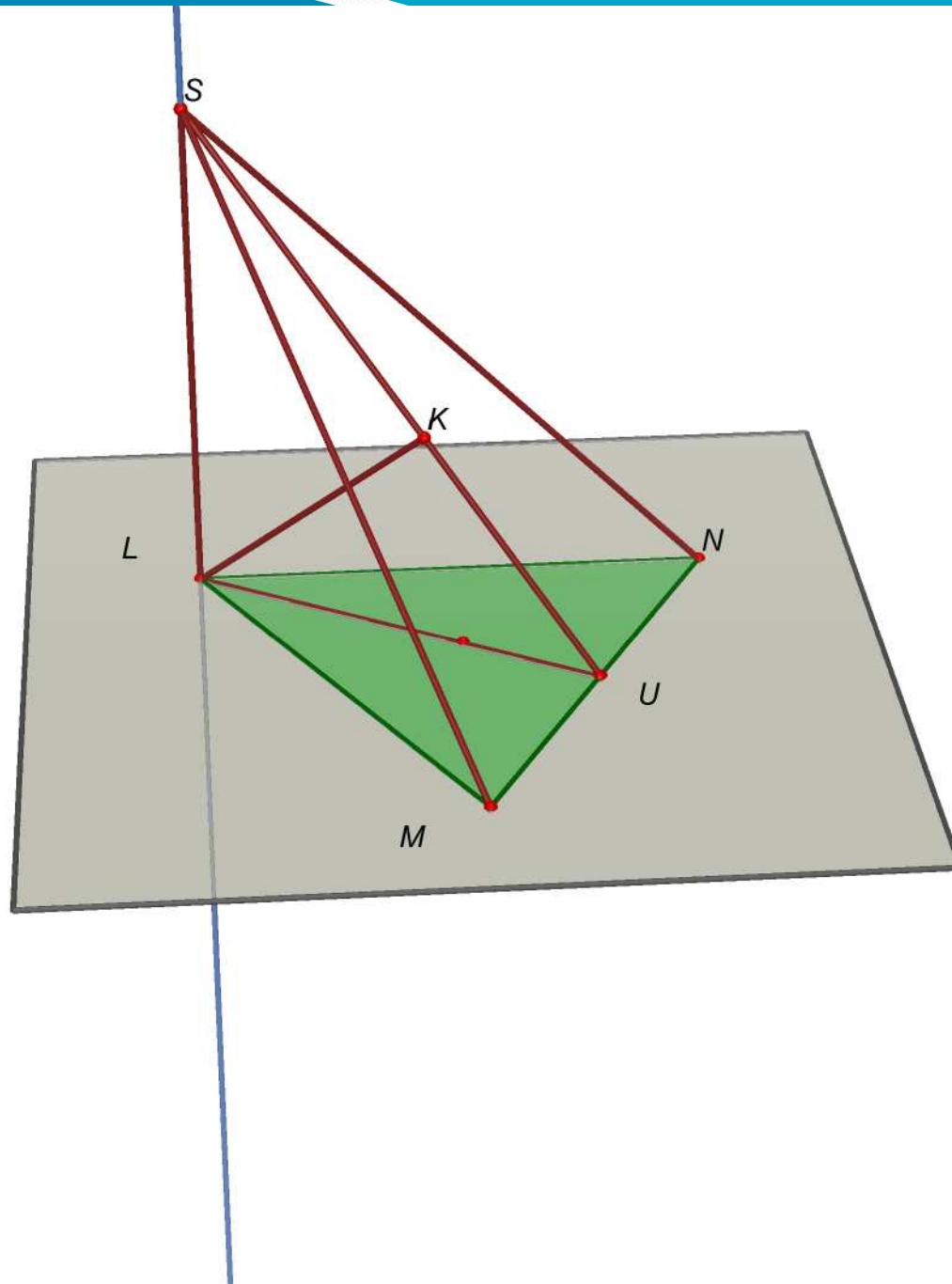
Bài 1: b)



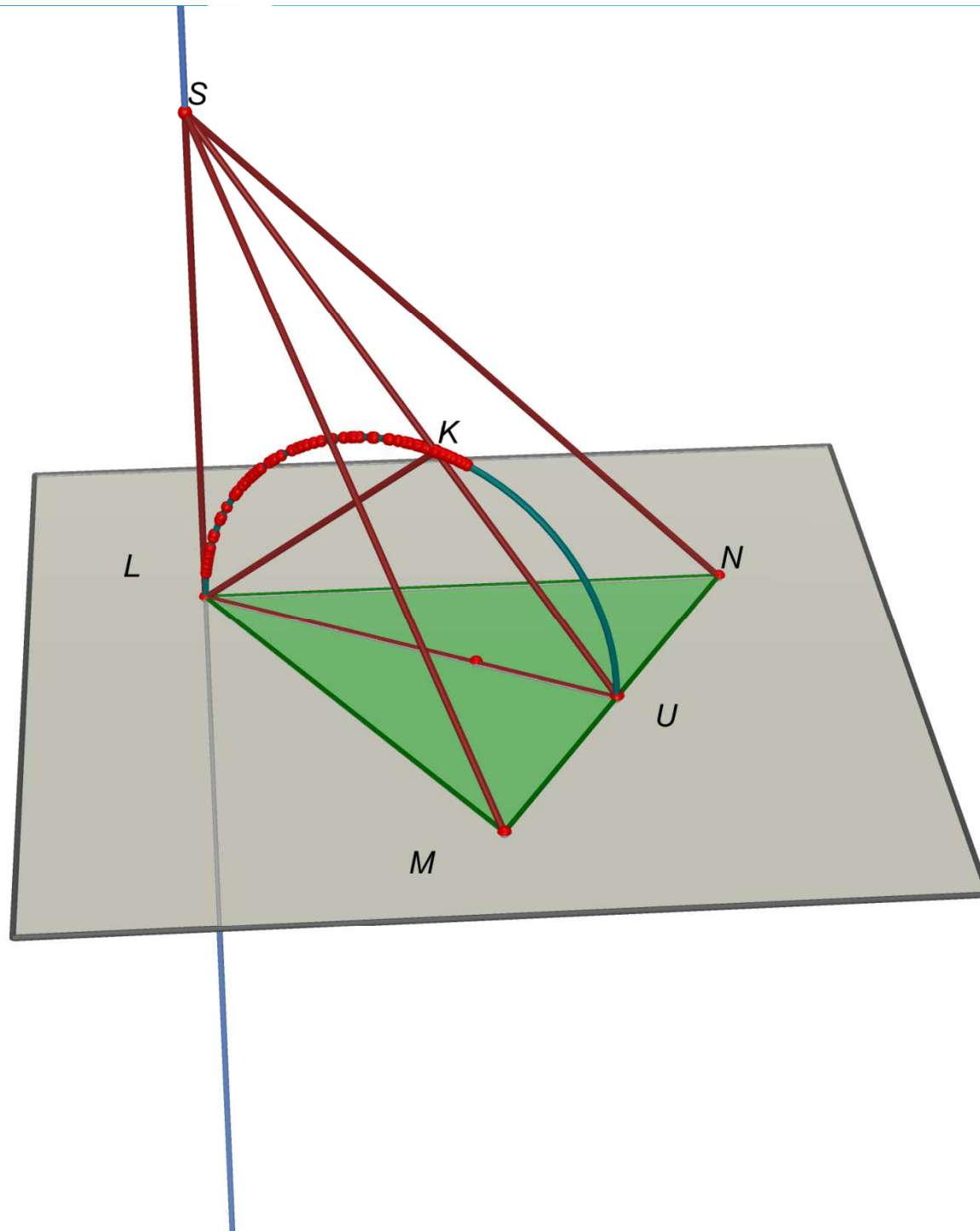
Bài 1: b)



Bài 2:



Bài 2:



Euclid

Euclid là nhà toán học lỗi lạc thời cổ Hy Lạp, sống vào thế kỉ thứ 3 TCN. Ông được mệnh danh là "cha đẻ của Hình học". Có thể nói hầu hết kiến thức hình học ở cấp trung học cơ, THPT hiện nay đều đã được đề cập một cách có hệ thống, chính xác trong bộ sách Cơ sở gồm 13 cuốn do Euclid viết ra, và đó cũng là bộ sách có ảnh hưởng nhất trong Lịch sử Toán học. Ngoài ra ông còn tham gia nghiên cứu về luật xa gần, đường cô-nic, lý thuyết số và tính chính xác. Tục truyền rằng có lần vua Ptolemaios I Soter hỏi Euclid rằng liệu có thể đến với hình học bằng con đường khác ngắn hơn không? Ông trả lời ngay: "Muôn tâu Bệ hạ, trong hình học không có con đường dành riêng cho vua chúa".

- Euclid sinh ở thành Athena, sống khoảng 330-275 trước Công nguyên, được vua Ai Cập là Ptolemaios I Soter mời về làm việc ở chôn kinh kỳ Alexandria, một trung tâm khoa học lớn thời cổ trên bờ biển Địa Trung Hải.
- Euclid đưa ra 5 định đề:
 - Qua hai điểm bất kì, luôn luôn vẽ được một đường thẳng
 - Đường thẳng có thể kéo dài vô hạn.
 - Với tâm bất kì và bán kính bất kì, luôn luôn vẽ được một đường tròn.
 - Mọi góc vuông đều bằng nhau.
 - Nếu 2 đường thẳng tạo thành với 1 đường thẳng thứ 3 hai góc trong cùng phía có tổng nhỏ hơn 180 độ thì chúng sẽ cắt nhau về phía đó.

